

## 9. ЦЕПИ ТРЕХФАЗНОГО ТОКА

### 9.1. ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ И ОПРЕДЕЛЕНИЯ

Под трехфазной электрической цепью подразумевается совокупность трех однофазных цепей, в каждой из которых действуют источники ЭДС одной частоты, одинаковые по амплитуде и сдвинутые по фазе друг относительно друга на одну треть периода. Графики мгновенных значений трехфазной системы ЭДС представлены на рис. 9.1, а. Однофазные цепи трехфазной схемы принято обозначать буквами А, В и С.

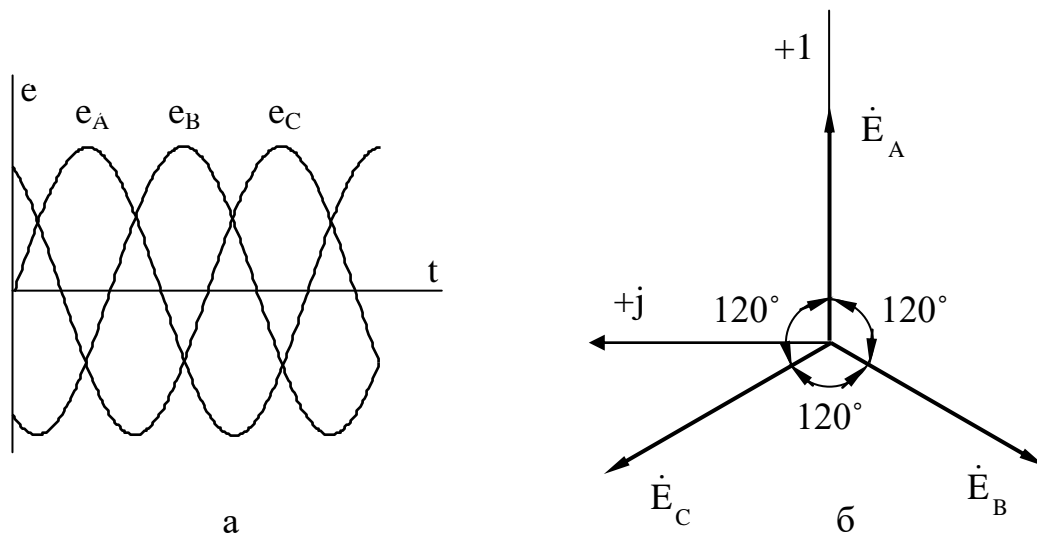


Рис. 9.1. Временные (а) и векторные (б) диаграммы трехфазной системы ЭДС

При начальной фазе ЭДС  $e_A$ , равной нулю, мгновенные значения ЭДС выражаются следующим образом:

$$\begin{aligned} e_A &= E_m \sin \omega t; \\ e_B &= E_m \sin \left( \omega t - \frac{2\pi}{3} \right); \\ e_C &= E_m \sin \left( \omega t + \frac{2\pi}{3} \right). \end{aligned} \quad (9.1)$$

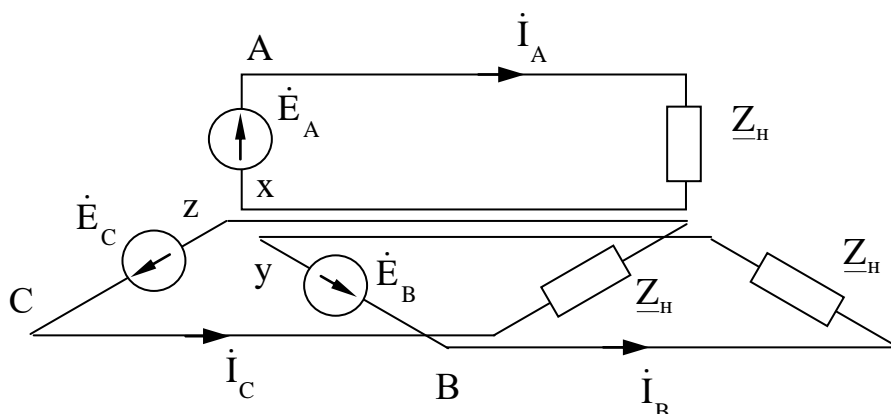
Существенно, что суммы мгновенных значений ЭДС и их комплексов равны нулю:

$$\begin{aligned} e_A + e_B + e_C &= 0; \\ \dot{E}_A + \dot{E}_B + \dot{E}_C &= 0. \end{aligned} \quad (9.2)$$

Принцип, заложенный в основу трехфазной цепи, поясняется рис. 9.2, где

изображены три однофазные цепи, электрически не связанные друг с другом.

Внутренними сопротивлениями ЭДС и соединительных проводов пренебрежем, как во много раз меньшими, чем сопротивления фаз приемника  $\underline{Z}_H$ .



**Рис. 9.2.** Несвязанная трехфазная электрическая система

При равенстве нагрузок фаз  $\underline{Z}_{HA} = \underline{Z}_{HB} = \underline{Z}_{HC}$  под действием ЭДС в соединительных проводах и сопротивлениях приемника возникнут токи, также сдвинутые относительно друг друга на треть периода. Нетрудно убедиться, что в этом случае сумма токов в обратных проводах равна нулю.

Воспользуемся этим и объединим все три обратных провода в один. Тем самым соединяются в один узел начала всех фаз трех ЭДС и все концы фаз сопротивлений приемника. Напряжения узлов, объединяющих начала фаз ЭДС и концы фаз сопротивлений нагрузки, равны между собой, так как в соединяющем их проводе тока нет. Дальнейшее упрощение цепи следует после исключения этого провода, поскольку в нем нет тока. Таким образом, получается связанная трехфазная трехпроводная цепь, изображенная на рис. 9.3.

Сравнение цепей, схемы которых приведены на рис. 9.2 и 9.3, свидетельствует об экономическом преимуществе трехфазных цепей перед однофазными.

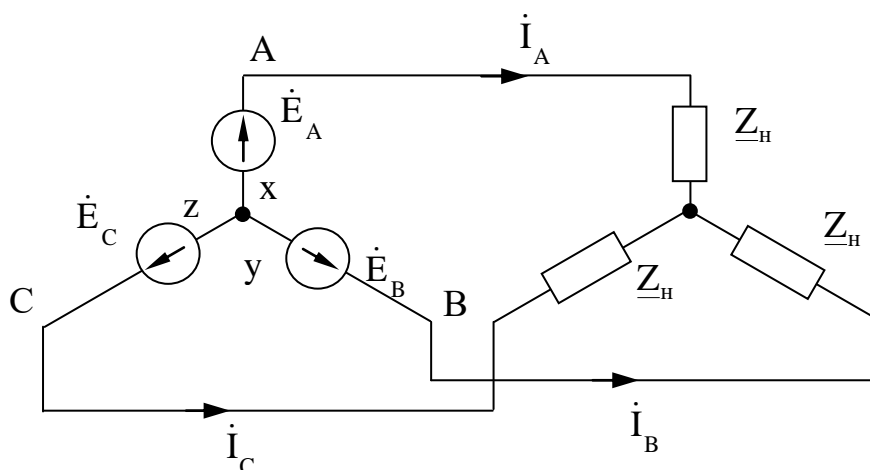


Рис. 9.3. Связанная трехфазная электрическая цепь

Достоинствами трехфазных электрических цепей перед однофазными являются возможность получения вращающегося магнитного поля, что используется в электрических машинах, а также наличие в одной цепи двух эксплуатационных напряжений.

Термин «фаза» в электротехнике имеет два значения. Ранее им обозначался аргумент синусоидальной величины.

Под «фазой» в трехфазной цепи подразумеваются три ее составные части, подключенные соответственно к ЭДС  $\dot{E}_A$ ,  $\dot{E}_B$ ,  $\dot{E}_C$  и называемые соответственно «фазой А», «фазой В» и «фазой С». Так, например, на рис. 9.3 фаза А содержит ЭДС  $\dot{E}_A$ , сопротивление нагрузки  $\underline{Z}_H$  и соединительный провод с током  $\dot{I}_A$ .

## 9.2. ОСНОВНЫЕ СХЕМЫ СОЕДИНЕНИЯ ТРЕХФАЗНЫХ ЦЕПЕЙ. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ЛИНЕЙНЫХ И ФАЗНЫХ ВЕЛИЧИН

Каждая фазная обмотка электрической машины имеет два вывода. За начало фазы обмотки генератора обычно принимают вывод, к которому направлена положительная ЭДС. Обозначаются начальные выводы в зависимости от фазы символами А, В и С. Противоположные выводы называются концами фаз обмоток и обозначаются соответственно через х, у и z.

Показанное на рис. 9.3 соединение ЭДС называется «звездой», а общая точка, соединяющая концы фаз генератора в узел, – нейтралью трехфазной системы. Обычно напряжение нейтрали принимается равным нулю.

Равенство нулю суммы ЭДС позволяет предложить еще одну схему – «треугольник», когда начало каждой фазы генератора соединяется с концом другой. При отсутствии внешней по отношению к «треугольнику» нагрузки ток в нем будет отсутствовать, так как согласно (9.2)

$$\dot{I}_A = \dot{I}_B = \dot{I}_C = \frac{\dot{E}_A + \dot{E}_B + \dot{E}_C}{3Z_\Gamma} = 0,$$











где  $Z_\Gamma$  – сопротивление одной ЭДС генератора.

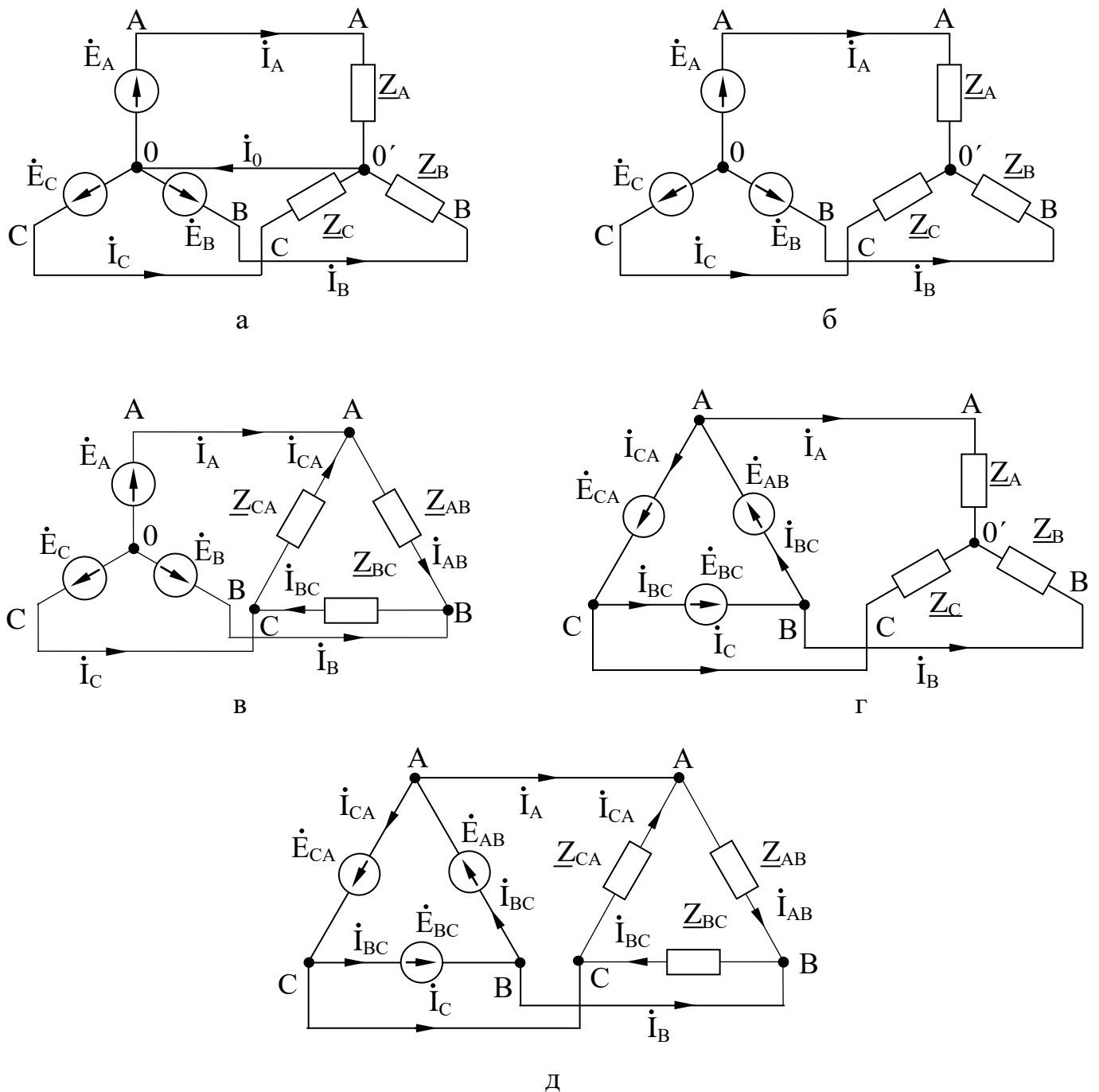
В зависимости от того, как соединены фазы генератора и сопротивления приемника, возможны пять схем соединений трехфазных цепей:

- фазы генератора – «звездой», приемник – также «звездой» с проводом, соединяющим нейтраль обеих «звезд» (рис. 9.4, а);
- фазы генератора – «звездой», приемник – «звездой» (рис. 9.4, б);
- фазы генератора – «звездой», приемник – «треугольником» (рис. 9.4, в);
- фазы генератора – «треугольником», приемник – «звездой» (рис. 9.4, г);
- фазы генератора – «треугольником», приемник – «треугольником» (рис. 9.4, д).

Узел, в котором соединены три конца трехфазной нагрузки при соединении «звездой», принято называть нейтралью нагрузки; провод, соединяющий нейтраль генератора с нейтралью нагрузки, – нейтральным проводом; провода, соединяющие точки А, В, С генератора с соответствующими точками нагрузки, – линейными проводами.

Схемы соединений трехфазных цепей, изображенные на рис. 9.4:

- «звезда–звезда с нулевым проводом» ( – );
- «звезда–звезда» ( – );
- «звезда–треугольник» ( – );
- «треугольник–звезда» ( – );
- «треугольник–треугольник» ( – .



**Рис. 9.4.** Схемы соединения трехфазных цепей

Каждую из трех ЭДС генератора называют фазой генератора, каждую из трех нагрузок – фазой нагрузки.

Ток, протекающий по фазе генератора или нагрузки, называется фазным током соответственно генератора или нагрузки, ток в линейном проводе – линейным током.

Напряжение на фазе генератора или нагрузки – фазное напряжение. Напряжение между линейными проводами – линейное.

Рассмотрим соотношения между фазными токами и напряжениями в схеме «звезды» и в схеме «треугольника». Эти соотношения одинаковы как для генератора, так и для нагрузки.

При соединении элементов «звездой» ток, протекающий через элемент «звезды», равен линейному току:

$$\dot{I}_{\phi A} = \dot{I}_{\text{л}A}; \quad \dot{I}_{\phi B} = \dot{I}_{\text{л}B}; \quad \dot{I}_{\phi C} = \dot{I}_{\text{л}C},$$

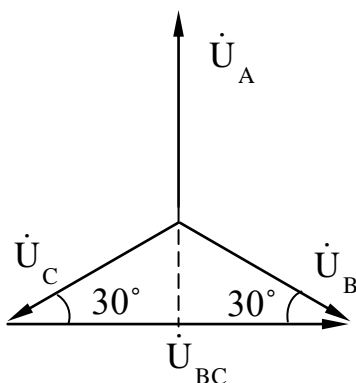
т.е.

$$I_{\phi} = I_{\text{л}}. \quad (9.3)$$

Линейное напряжение равно разности двух фазных напряжений:

$$\dot{U}_{\text{л}AB} = \dot{U}_A - \dot{U}_B; \quad \dot{U}_{\text{л}BC} = \dot{U}_B - \dot{U}_C; \quad \dot{U}_{\text{л}CA} = \dot{U}_C - \dot{U}_A,$$

что иллюстрируется векторной диаграммой, изображенной на рис. 9.5.



**Рис. 9.5.** Соотношения между фазными и линейными напряжениями в схеме «звезда»

На примере линейного напряжения  $\dot{U}_{BC}$  видно, что оно образует с напряжениями  $\dot{U}_B$  и  $\dot{U}_C$  равнобедренный треугольник с углами при основании  $30^\circ$ . Проведя в этом треугольнике высоту (показана пунктиром), получаем:

$$\frac{1}{2} U_{BC} = U_C \cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2} U_C,$$

откуда  $U_{BC} = \sqrt{3} U_C$ ,

или в общем случае:

$$U_{\text{л}} = \sqrt{3} U_{\phi}. \quad (9.4)$$

Тот же результат получается, если представить комплексы напряжений  $\dot{U}_B$  и  $\dot{U}_C$  в алгебраической форме:

$$\dot{U}_B = U_A e^{-j120^\circ} = U_A [\cos(-120^\circ) + j\sin(-120^\circ)] = U_A \left( -\frac{1}{2} - j\frac{\sqrt{3}}{2} \right);$$

$$\dot{U}_C = U_A \left( -\frac{1}{2} - j\frac{\sqrt{3}}{2} \right);$$

$$\dot{U}_{BC} = \dot{U}_B - \dot{U}_C = j\sqrt{3}\dot{U}_A,$$

откуда следует (9.4).

Таким образом, при соединении элементов трехфазной цепи по схеме «звезда» линейный ток равен фазному, а линейное напряжение больше фазного в  $\sqrt{3}$  раз.

При соединении элементов трехфазной цепи в «треугольник» каждый из элементов «треугольника», с одной стороны, включен на линейное напряжение, а с другой – напряжение на элементе по определению фазное. Поэтому

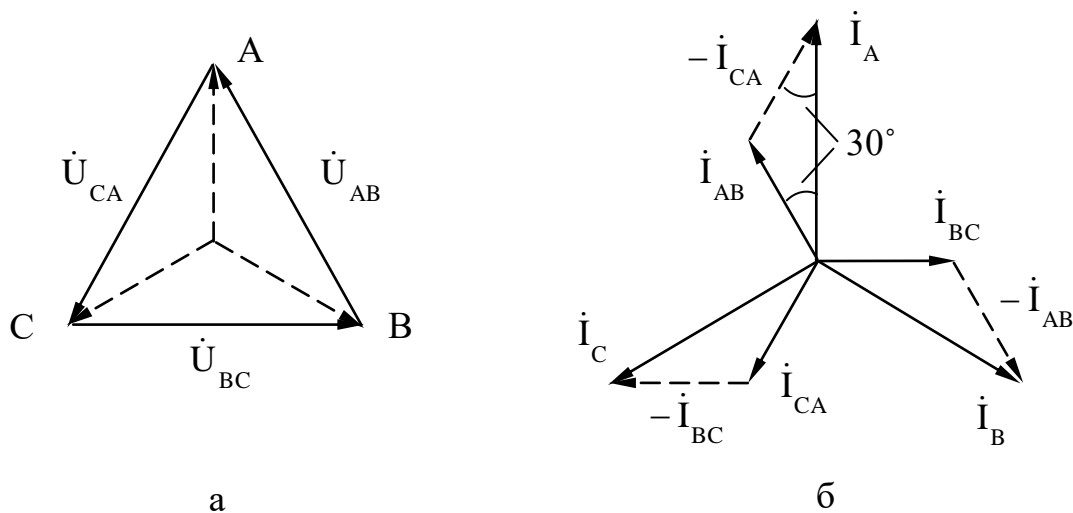
$$U_\Phi = U_L. \quad (9.5)$$

Для определения соотношений между фазными и линейными токами обратимся к рис. 9.4, в и составим уравнения по первому закону Кирхгофа для узлов А, В, С нагрузки. Получим:

$$\begin{aligned} \dot{I}_A &= \dot{I}_{AB} - \dot{I}_{CA}; \\ \dot{I}_B &= \dot{I}_{BC} - \dot{I}_{AB}; \\ \dot{I}_C &= \dot{I}_{CA} - \dot{I}_{BC}. \end{aligned} \quad (9.6)$$

Уравнения (9.6) выражают соотношение между линейными и фазными токами при любом характере нагрузки.

Выведем эти соотношения для случая, когда все сопротивления нагрузки равны, а для простоты примем, что сопротивления нагрузки активные. Векторные диаграммы напряжений и токов для этого случая приведены на рис. 9.6.



**Рис. 9.6.** Векторные диаграммы напряжений (а) и токов (б) при соединении нагрузки треугольником

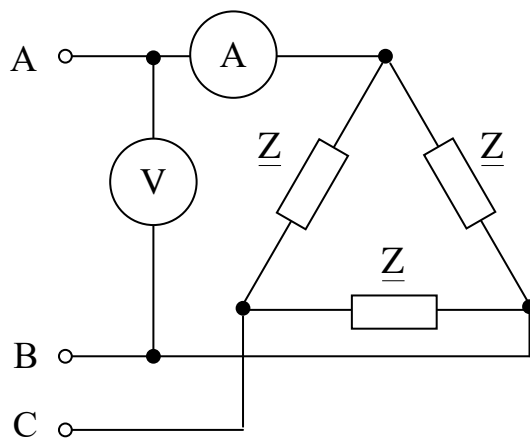
Построенная в соответствии с уравнением (9.6) векторная диаграмма токов изображена на рис. 9.6, б. Из диаграммы видно, что

$$I_{\text{л}} = \sqrt{3}I_{\text{ф}}. \quad (9.7)$$

Таким образом, при равных сопротивлениях нагрузки и линейных напряжениях линейные токи в  $\sqrt{3}$  раз больше фазных.

**Пример П.9.1.** Сопротивление каждой фазы симметричного трехфазного приемника (рис. 9.7) равно 10 Ом.

Каковы показания вольтметра, если амперметр показывает 17,3 А?



**Рис. 9.7.** Схема к примеру П.9.1

Решение. Сопротивления нагрузки одинаковы и соединены треугольником. Амперметр включен в линейный провод и измеряет линейный ток, кото-

рый согласно (9.7) в  $\sqrt{3}$  раз больше фазного, поэтому фазный ток равен 10 А. Напряжение на фазе нагрузки, включенной по схеме треугольника, равно

$$U_{\phi} = U_{\text{л}} = I_{\phi} \cdot Z = 10 \cdot 10 = 100 \text{ В.}$$

Вольтметр покажет напряжение 100 В.

### 9.3. РАСЧЕТ СИММЕТРИЧНЫХ ТРЕХФАЗНЫХ ЦЕПЕЙ

Симметричной трехфазной цепью называется цепь, у которой соответствующие параметры элементов нагрузки в каждой из трех фаз равны, т.е. пассивная часть цепи фазы А повторяет пассивную часть цепей фаз В и С. В симметричной трехфазной цепи действующие значения фазных и линейных токов и напряжений на каждом из трехфазных элементов пофазно равны.

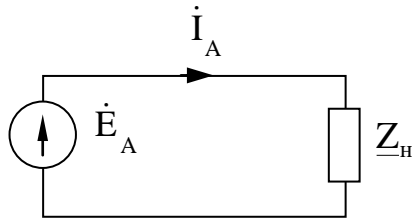
Особенностью симметричной трехфазной цепи является равенство напряжений всех нейтралей как генераторов, так и нагрузок. Если нейтраль хотя бы одного генератора заземлена и соответственно, напряжение ее равно нулю, то напряжения всех остальных нейтралей также равны нулю независимо от того, заземлены они или нет. Равенство нулю напряжения нейтрали нагрузки следует также и из уравнения для определения напряжения  $U_{00'}$  между нейтралью генератора и нагрузки в схеме на рис. 9.4, б:

$$\dot{U}_{00'} = \frac{\frac{\dot{E}_A}{Z_H} + \frac{\dot{E}_B}{Z_H} + \frac{\dot{E}_C}{Z_H}}{\frac{1}{Z_H} + \frac{1}{Z_H} + \frac{1}{Z_H}} = \frac{0}{\frac{1}{Z_H} + \frac{1}{Z_H} + \frac{1}{Z_H}} = 0.$$

Эта особенность позволяет в расчетах «развязать» связанную трехфазную цепь на три однофазные, а так как фазные токи трех фаз равны между собой и сдвинуты относительно друг друга на треть периода, то достаточно рассчитать только одну однофазную цепь, а результаты с соответствующими фазовыми сдвигами перенести на другие фазы.

Так, расчет цепи, изображенной на рис. 9.3, сводится к расчету цепи рис. 9.8. В том случае, когда нагрузка включена «треугольником», его следует преобразовать в эквивалентную «звезду», при этом сопротивления нагрузки уменьшатся в три раза. Истинные токи нагрузок будут в  $\sqrt{3}$  раз меньше рассчитанных для схемы «звезда».

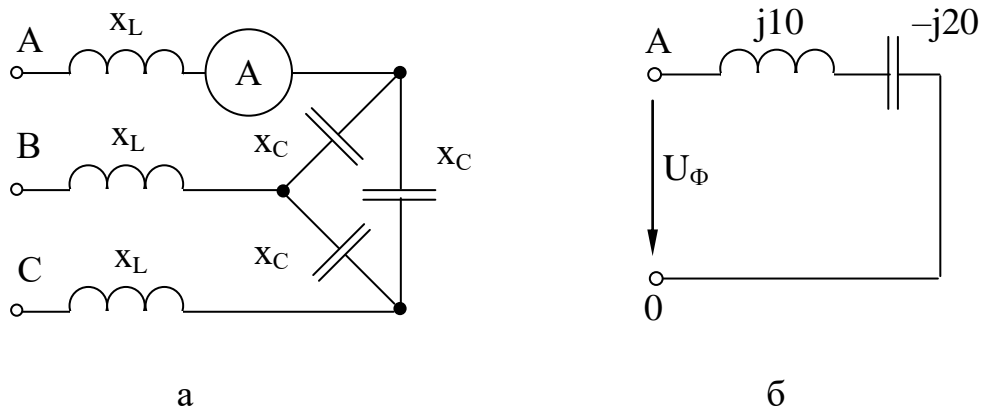
Если генераторы соединены «треугольником», то преобразование в «звезду» уменьшит сопротивление генераторов в три раза, а величины ЭДС – в  $\sqrt{3}$  раз.



**Рис. 9.8.** Схема для расчета трехфазной цепи рис. 9.3

Для расчета однофазных схем можно использовать все методы, рассмотренные в главах 2 и 3.

**Пример П.9.2.** К трехфазной цепи (рис. 9.9, а) приложена симметричная система линейных напряжений  $U_L = 220$  В,  $x_L = 10$  Ом,  $x_C = 60$  Ом. Определить показания амперметра электромагнитной системы.



**Рис. 9.9.** Схемы к примеру П.9.2

### Решение.

Преобразуем треугольник емкостных сопротивлений в эквивалентную звезду.

$$x_A = \frac{x_{AB} \cdot x_{BC}}{x_{AB} + x_{AC} + x_B}.$$

Так как схема симметричная, то

$$x_{CB} = x_{BC} = x_{CA} = \frac{x_C^2}{3x_C} = 20 \text{ Ом.}$$

Расчетная схема показана на рис. 9.9, б (сравните со схемой на рис. 9.7).  
Комплекс тока в линейном проводе

$$\dot{I}_A = \frac{\dot{U}_{\phi A}}{jx_{\Sigma}} = \frac{220e^{j0^\circ}}{\sqrt{3}} / j(10 - 20) = -j12,7 \text{ А.}$$

Амперметр покажет его действующее значение, т.е. 12,7 А.

## 9.4. РАСЧЕТ НЕСИММЕТРИЧНЫХ ТРЕХФАЗНЫХ ЦЕПЕЙ

Два частных случая несимметричных трехфазных цепей, когда можно применить упрощенные методы расчета:

- схемы «звезда–звезда» с нулевым проводом, сопротивлением которого можно пренебречь;
- соединение нагрузки в «треугольник», при нулевых сопротивлениях ЭДС генераторов и линейных проводов.

В первом случае (рис. 9.10, а) расчет трехфазной цепи можно заменить расчетом трех отдельных однофазных цепей с токами

$$\dot{I}_A = \frac{\dot{E}_A}{\underline{Z}_A}, \quad \dot{I}_B = \frac{\dot{E}_B}{\underline{Z}_B}, \quad \dot{I}_C = \frac{\dot{E}_C}{\underline{Z}_C}.$$

Ток в нейтральном проводе  $\dot{I}_0$  определится на основании первого закона Кирхгофа:

$$\dot{I}_0 = \dot{I}_A + \dot{I}_B + \dot{I}_C.$$

В схеме, изображенной на рис. 9.10, б, к фазным сопротивлениям нагрузки приложены соответствующие линейные напряжения. Поэтому

$$\dot{I}_{AB} = \frac{\dot{U}_{AB}}{\underline{Z}_{AB}}, \quad \dot{I}_{BC} = \frac{\dot{U}_{BC}}{\underline{Z}_{BC}}, \quad \dot{I}_{CA} = \frac{\dot{U}_{CA}}{\underline{Z}_{CA}}.$$

Линейные токи получаются на основании (9.6).

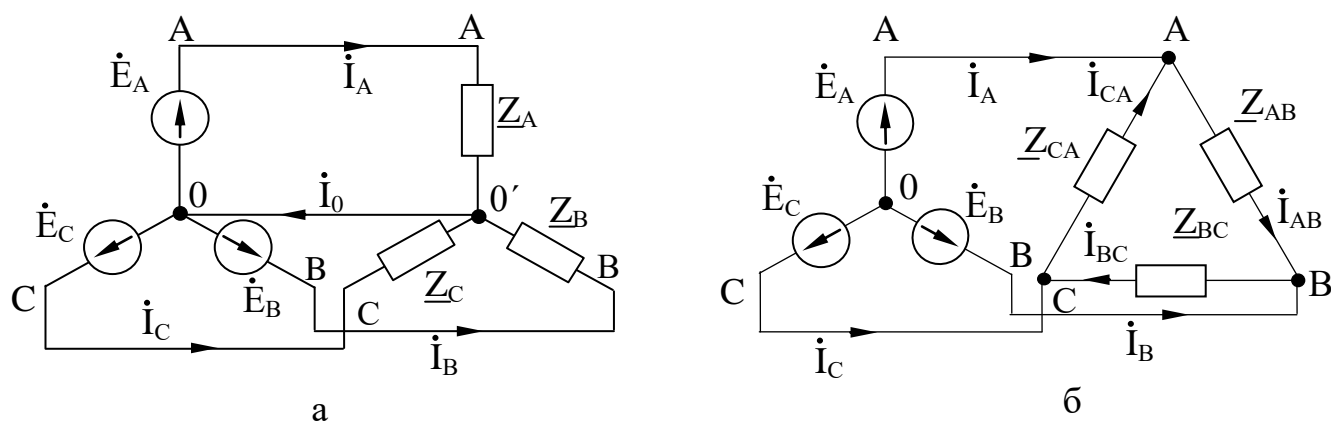


Рис. 9.10. Схемы трехфазных цепей, расчет которых производится упрощенными методами

В общем случае, когда между нагрузкой и генератором имеются сопротивления линейных проводов и нулевого, и есть внутренние сопротивления источников ЭДС, трехфазная цепь решается одним из методов, изложенных в главе 3.

Для простых задач, которые рассматриваются в курсе ТОЭ ВУЗов, наиболее приемлемым является метод двух узлов.

Рассмотрим его применение на примере схемы «звезда–звезда с нулевым проводом», имеющим конечное сопротивление (рис. 9.11, а).

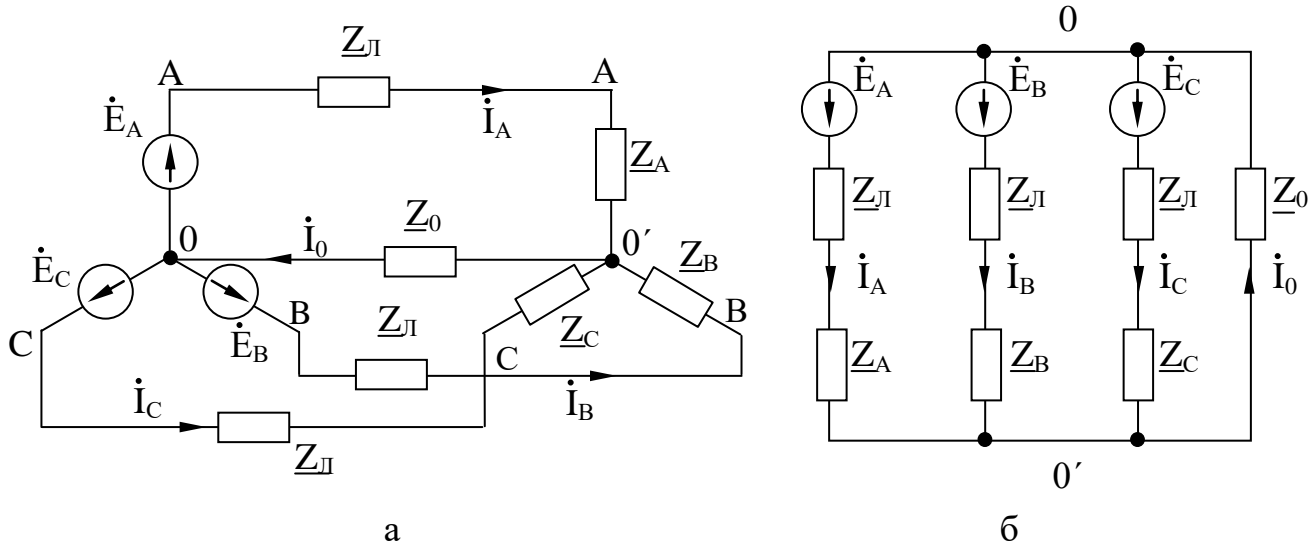


Рис. 9.11. Трехфазная несимметричная схема

Перерисуем схему так, как показано на рис. 9.11, б.

Напряжение между нейтралями генераторов и нагрузки  $\dot{U}_{00'}$  равно

$$\dot{U}_{00'} = \frac{\frac{\dot{E}_A}{Z_L + Z_A} + \frac{\dot{E}_B}{Z_L + Z_B} + \frac{\dot{E}_C}{Z_L + Z_C}}{\frac{1}{Z_L + Z_A} + \frac{1}{Z_L + Z_B} + \frac{1}{Z_L + Z_C} + \frac{1}{Z_0}}. \quad (9.8)$$

Полученное напряжение при несимметричной нагрузке и наличии сопротивления в нулевом проводе отлично от нуля. Это напряжение называется смещением нейтрали.

Токи в ветвях схемы

$$\dot{I}_A = \frac{\dot{E}_A - \dot{U}_{00'}}{Z_L + Z_A}, \quad \dot{I}_B = \frac{\dot{E}_B - \dot{U}_{00'}}{Z_L + Z_B}, \quad \dot{I}_C = \frac{\dot{E}_C - \dot{U}_{00'}}{Z_L + Z_C}, \quad \dot{I}_0 = \frac{\dot{U}_{00'}}{Z_0}, \quad (9.9)$$

а напряжения на нагрузках

$$\dot{U}_{A'} = \dot{I}_A \cdot Z_A, \quad \dot{U}_{B'} = \dot{I}_B \cdot Z_B, \quad \dot{U}_{C'} = \dot{I}_C \cdot Z_C. \quad (9.10)$$

При соединении генераторов или нагрузки в «треугольник» последний преобразуется в эквивалентную «звезду». Причем, *если преобразуется в «звезду» схема генератора, то его ЭДС следует уменьшить в  $\sqrt{3}$  раз, чтобы линейные напряжения остались неизменными.* Кроме этого, необходимо

учесть сдвиг в  $30^\circ$  между соответствующими линейными и фазными напряжениями.

Расчет производится по формулам (9.8 – 9.10). В уравнении (9.8) отсутствует только сопротивление нулевого провода. Определив напряжения  $\dot{U}_{A'}$ ,  $\dot{U}_{B'}$ ,  $\dot{U}_{C'}$ , находим токи в «треугольнике» в виде отношения соответствующих линейных напряжений к сопротивлениям.

Если «треугольником» соединены обмотки генератора, имеющие ненулевые сопротивления, то рассчитываются напряжения  $\dot{U}_A$ ,  $\dot{U}_B$ ,  $\dot{U}_C$  на выводах генератора и по известным формулам определения напряжения для участков цепи, содержащих ЭДС, отыскиваются токи в обмотках генератора.

Исследуем формулу (9.8). Каждое слагаемое числителя представляет собой ток соответствующей фазы нагрузки при отсутствии сопротивления в нейтральном проводе, а знаменатель – сумму проводимостей между нейтралью генератора и нагрузки. В целом же формулу (9.8) можно представить как сумму фазных токов при шунтированном сопротивлении в нейтральном проводе, умноженную на эквивалентное сопротивление четырех параллельных ветвей.

В некоторых случаях удобно для таких расчетов воспользоваться векторными диаграммами. Пример расчета приведен для схемы на рис. 9.12, а, где требуется определить напряжение смещения нейтрали при симметричной системе фазных напряжений  $U_\phi = 100$  В.

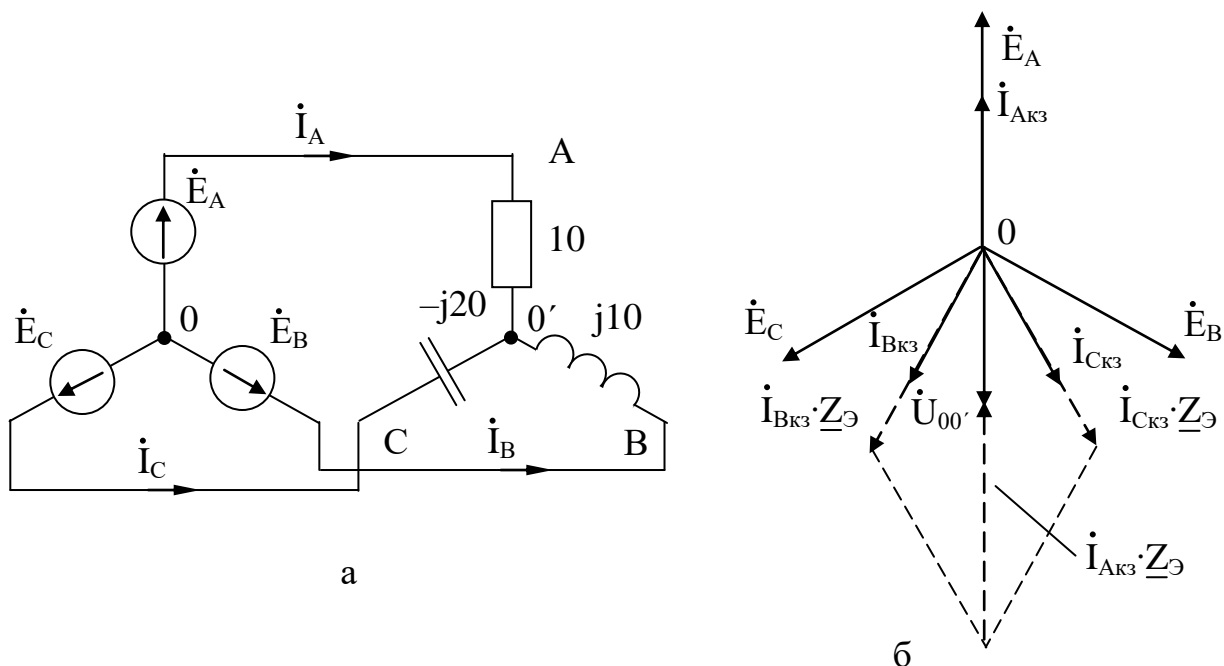


Рис. 9.12. Несимметричная трехфазная цепь (а), ее векторная диаграмма (б)

Токи в каждой из фаз при соединенных между собой нейтралях генераторов и нагрузки ( $\dot{I}_{Ak3}$ ,  $\dot{I}_{Bk3}$ ,  $\dot{I}_{Ck3}$ ) будут равны по 10 А, но ток в фазе А совпадает с направлением ЭДС  $E_A$ , в фазе В – отстает от ЭДС  $E_B$  на угол  $\frac{\pi}{2}$ , в фазе С – опережает ЭДС  $E_C$  на  $\frac{\pi}{2}$ . Из векторной диаграммы (рис. 9.12, б) следует, что геометрическая сумма фазных токов равна – 7,3 А. Эквивалентное сопротивление трех параллельных ветвей составляет 10 Ом. Напряжение смещение нейтрали равно поэтому

$$-7,3 \cdot 10 = -73 \text{ В.}$$

Длины векторов напряжений  $U_{A0'}$ ,  $U_{B0'}$ ,  $U_{C0'}$  можно измерить линейкой, их фазы – транспортиром и через масштабные коэффициенты определить значения напряжений и их комплексы. Токи в ветвях определяются по закону Ома:

$$\dot{I}_A = \frac{\dot{U}_{A0'}}{\underline{Z}_A}, \quad \dot{I}_B = \frac{\dot{U}_{B0'}}{\underline{Z}_B}, \quad \dot{I}_C = \frac{\dot{U}_{C0'}}{\underline{Z}_C}.$$

Большую группу представляют задачи схем с разрывом одного линейного провода (рис. 9.13).

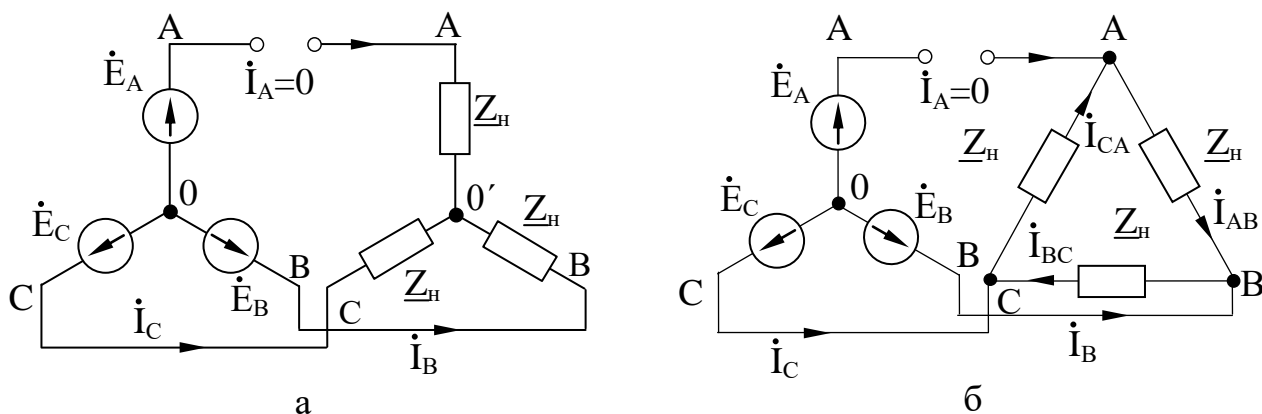


Рис. 9.13. Трехфазные цепи с разрывом линейного провода

При разрыве линейного провода вся цепь остается включенной на линейное напряжение оставшихся фаз. Так, при разрыве линейного провода фазы А вся трехфазная цепь остается включенной на напряжение  $\dot{U}_{BC}$ , при отключении провода фазы В – на напряжение  $\dot{U}_{CA}$ , фазы С – на напряжение  $\dot{U}_{AB}$ .

На наш взгляд, такие схемы удобно рассчитывать с применением векторно-топографических диаграмм.

Обратимся к схеме, изображенной на рис. 9.14, а, где требуется определить показание вольтметра, включенного в разрыв линейного провода АА'. Линейное напряжение равно 100 В.

Эквивалентное сопротивление цепи, включенной на напряжение  $\dot{U}_{BC}$ , равно  $\underline{Z}_\Sigma = 10 - j10 + 10 + j10 = 20 \text{ Ом.}$  Ток  $I_B = I_C = 5 \text{ А}$  и совпадает по фазе с напряжением  $\dot{U}_{BC}$ . Падение напряжения на всех элементах цепи равно 50 В; на активных сопротивлениях ( $U_{CK}$  и  $U_{0'm}$ ) оно совпадает по фазе с током, на емкостном ( $U_{k0'}$ ) – отстает от тока на  $90^\circ$ , на индуктивном ( $U_{mB}$ ) – опережает на  $90^\circ$ .

Приняв за точку отсчета на комплексной плоскости точку С, строим векторную диаграмму напряжений (рис. 9.14, б) по точкам С, k, 0', m, В. Поскольку ток в проводе АА' равен нулю, показания вольтметра соответствуют напряжению  $U_{A0'}$ , которое определяется расстоянием между точками А и 0' векторной диаграммы. Нетрудно подсчитать его величину. Фазное напряжение равно  $\frac{100}{\sqrt{3}} = 57,7 \text{ В.}$  Напряжение между точками А и k равно  $1,5 U_\phi = 86,6 \text{ В,}$  а напряжение  $U_{k0'} = 50 \text{ В.}$  Следовательно, напряжение  $U_{A0'} = 136,6 \text{ В.}$

Необходимо твердо запомнить, **что на комплексной плоскости жестко зафиксированы положения точек 0, А, В, С, определяемые значениями фазных ЭДС. Положения остальных точек определяются схемой соединений и соотношением параметров элементов.** Так, при замыкании фазы (соедине-

нием точки А, или В, или С с 0') нейтраль нагрузки 0' смещается соответственно в точку А, В или С.

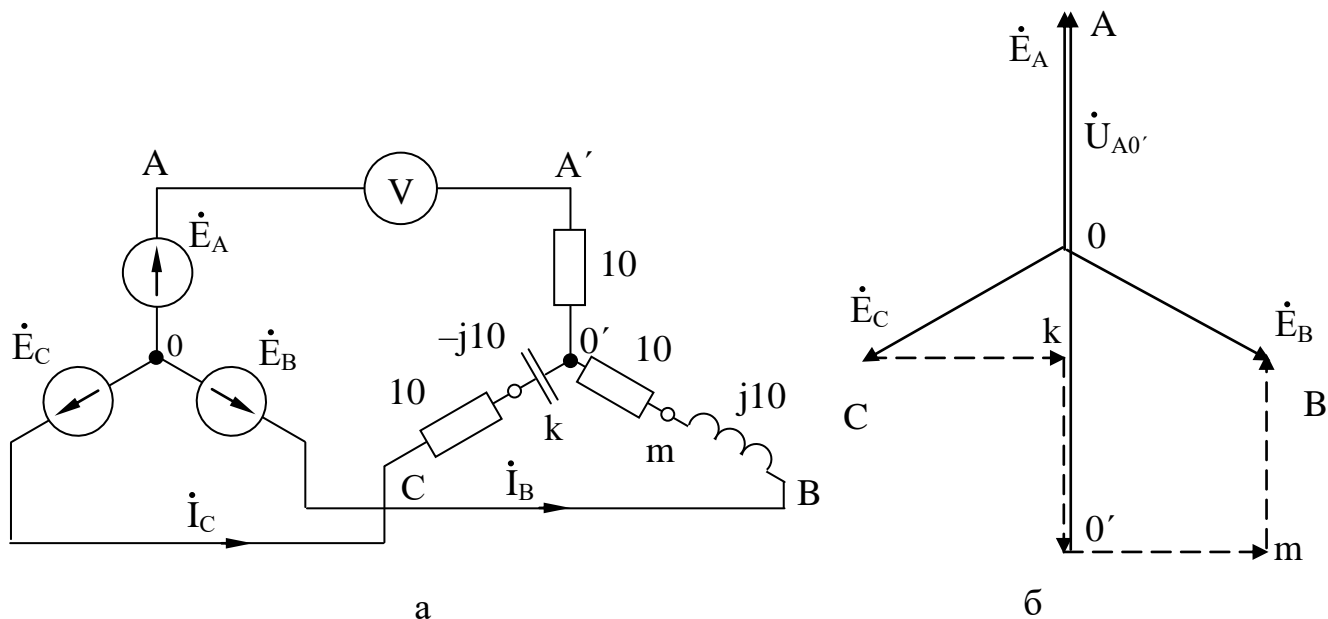


Рис. 9.14. Несимметричная трехфазная цепь (а), ее векторно-топографическая диаграмма (б)

## 9.5. АКТИВНАЯ, РЕАКТИВНАЯ, ПОЛНАЯ МОЩНОСТИ В ТРЕХФАЗНЫХ ЦЕПЯХ

Мощность, потребляемая трехфазной цепью, очевидно, равна мощности, генерируемой всеми фазами генераторов. При соединении обмоток генератора «звездой»

$$P = P_A + P_B + P_C = E_A I_A \cos \varphi_A + E_B I_B \cos \varphi_B + E_C I_C \cos \varphi_C. \quad (9.11)$$

При соединении обмоток генератора «треугольником»

$$P = E_{AB} I_{AB} \cos \varphi_{AB} + E_{BC} I_{BC} \cos \varphi_{BC} + E_{CA} I_{CA} \cos \varphi_{CA}. \quad (9.12)$$

Если трехфазная цепь симметрична, то

$$P = 3E_\Phi I_\Phi \cos \varphi = \sqrt{3}E_L I_L \cos \varphi, \quad (9.13)$$

где  $\varphi$  – угол между фазными ЭДС и соответствующими фазными токами.

Реактивная мощность трехфазной цепи равна:

– при соединении обмоток генератора «звездой»

$$Q = E_A I_A \sin \varphi_A + E_B I_B \sin \varphi_B + E_C I_C \sin \varphi_C; \quad (9.14)$$

– при соединении «треугольником»

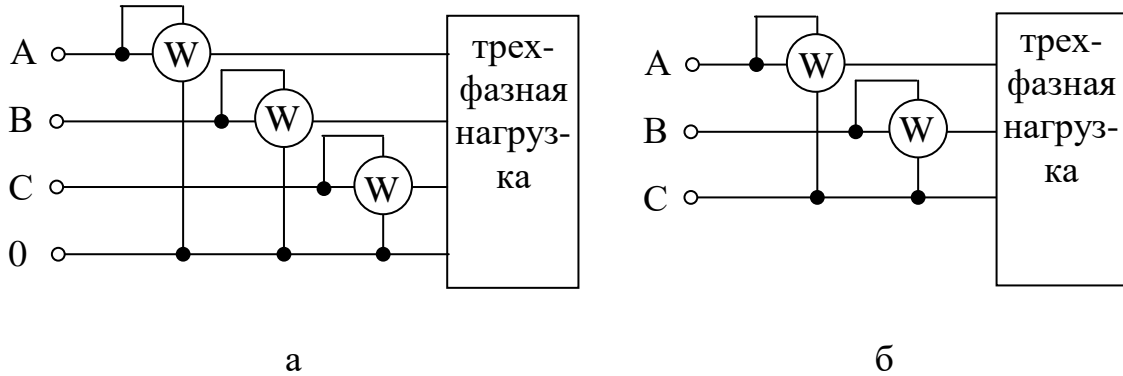
$$Q = E_{AB} I_{AB} \sin \varphi_{AB} + E_{BC} I_{BC} \sin \varphi_{BC} + E_{CA} I_{CA} \sin \varphi_{CA}. \quad (9.15)$$

При равномерной нагрузке

$$Q = 3E_{\Phi} I_{\Phi} \sin \varphi = \sqrt{3}E_{\Phi} I_{\Phi} \sin \varphi. \quad (9.16)$$

Полная мощность

$$S = \sqrt{P^2 + Q^2}. \quad (9.17)$$



**Рис. 9.15.** Схемы измерения мощности в трехфазных цепях с нулевым проводом (а), при его отсутствии (б)

Нетрудно убедиться, что мгновенная мощность в симметричной цепи в любой момент времени постоянна. Действительно,

$$p = E_A I_A [\cos \varphi - \cos(2 \cdot \omega t - \varphi)] + E_B I_B [\cos \varphi - \cos(2\omega t - \varphi - 120^\circ)] + \\ + E_C I_C [\cos \varphi - \cos(2\omega t - \varphi + 120^\circ)] = 3E_{\Phi} I_{\Phi} \cos \varphi.$$

В общем случае измерение мощности производится тремя ваттметрами, как изображено на рис. 9.15, а. Однако при отсутствии нулевого провода измерить мощность можно двумя ваттметрами (рис. 9.15, б).

Действительно, комплекс полной мощности определяется выражением

$$\tilde{S} = \dot{E}_A^* I_A + \dot{E}_B^* I_B + \dot{E}_C^* I_C. \quad (9.18)$$

В схеме рис. 9.15, б имеем:

$$\tilde{S} = (\dot{U}_A - \dot{U}_C) \cdot I_A^* + (\dot{U}_B - \dot{U}_C) \cdot I_B^* = \dot{U}_A^* I_A + \dot{U}_B^* I_B - \dot{U}_C \cdot (I_A^* + I_B^*) = \\ = \dot{U}_A^* I_A + \dot{U}_B^* I_B + \dot{U}_C^* I_C,$$

что соответствует уравнению (9.18).

### Примеры и упражнения

**П.9.3.** К трехфазной цепи (рис. 9.16) приложена симметричная система линейных напряжений  $U_{\text{Л}} = 380 \text{ В}$ ,  $r = 1 \text{ Ом}$ ;  $x_L = 6 \text{ Ом}$ ;  $r_H = 21 \text{ Ом}$ . Определить показания приборов.

Методические указания.

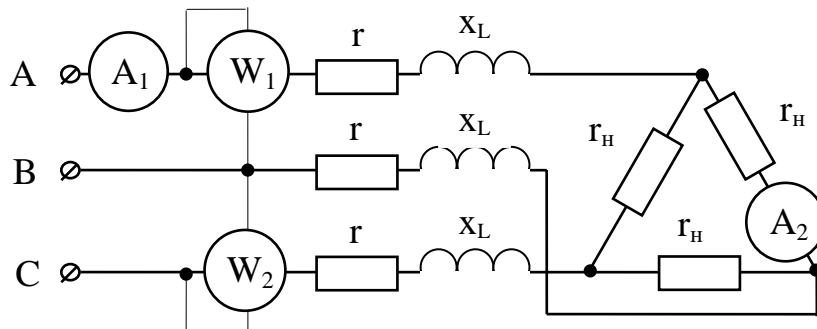


Рис. 9.16. Схема к примеру П.9.3

Показания ваттметра определяются как произведение приложенного к ваттметру напряжения на величину протекающего через него тока и косинус угла сдвига фаз между напряжением и током.

В данной задаче

$$P_1 = I_1 U_{AB} \cos \varphi,$$

где  $\varphi$  – угол между током  $I_1$  и напряжением  $U_{AB}$ .

Ответ:  $I_1 = 22 \text{ А}$ ,  $I_2 = 12,7 \text{ А}$ ,  $P_1 = 3,28 \text{ кВт}$ ,  $P_2 = 8,3 \text{ кВт}$ .

**П.9.4.** К трехфазной цепи, приведенной на рис. 9.17, приложена симметричная система напряжений  $U_{\text{Л}} = 380 \text{ В}$ . Сопротивления схемы  $x_L = 10 \text{ Ом}$ ;  $x_C = 210 \text{ Ом}$ ;  $r = 80 \text{ Ом}$ . Определить показания приборов.

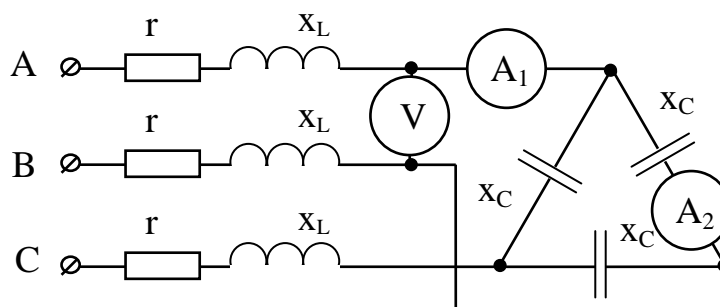


Рис. 9.17. Схема к примеру П.9.4

Ответ:  $I_1 = 2,2 \text{ А}$ ,  $I_2 = 1,27 \text{ А}$ ,  $U = 267 \text{ В}$ .

**П.9.5.** Симметричный трехфазный приемник питается от трехфазной цепи. Вольтметр, амперметр и ваттметр, включенные, как показано на рис. 9.18, показывают соответственно:  $U = 127 \text{ В}$ ;  $I = 4\sqrt{3} \text{ А}$ ;  $P = 508 \text{ Вт}$ . Каково по характеру сопротивление  $Z$ ?

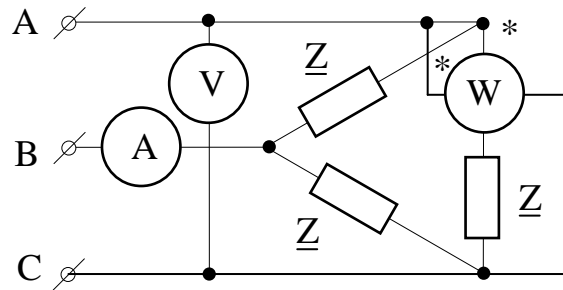


Рис. 9.18. Схема к примеру П.9.5

Ответ: Чисто активное.

**П.9.6.** Симметричный трехфазный приемник (рис. 9.19) питается от трехфазной сети. Вольтметр и амперметр показывают соответственно  $U = 380 \text{ В}$ ,  $I = 3 \text{ А}$ .

Что показывает ваттметр, если сопротивление  $Z$  – чисто активное сопротивление?

Ответ: нуль.

Указание.

Здесь и далее используйте векторные диаграммы.

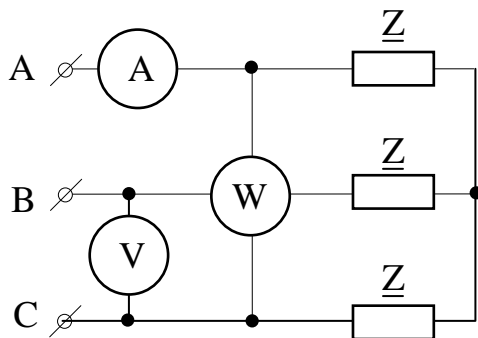


Рис. 9.19. Схема к примеру П.9.6

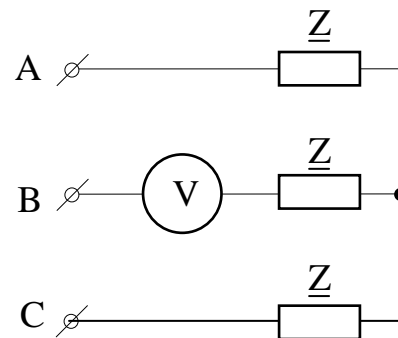


Рис. 9.20. Схема к примеру П.9.7

**П.9.7.** Что покажет вольтметр, включенный в цепь симметричного трехфазного приемника (рис. 9.20), если линейное напряжение сети равно  $U$ ?

Ответ:  $\frac{\sqrt{3}}{2} \cdot U$ .

**П.9.8.** Фазные токи симметричного трехфазного приемника равны 12 А. Какими будут показания амперметров после перегорания предохранителя в проводе А в схеме на рис. 9.21?

Ответ:  $I_1 = 18 \text{ А}$ ,  $I_2 = 6 \text{ А}$ .

**П.9.9.** Трехфазный генератор имеет линейное напряжение 220 В. Между зажимами В и С включена катушка, а к зажиму А и к середине катушки присоединен вольтметр с очень большим сопротивлением (рис. 9.22).

Определить показание вольтметра.

Ответ: 190 В.

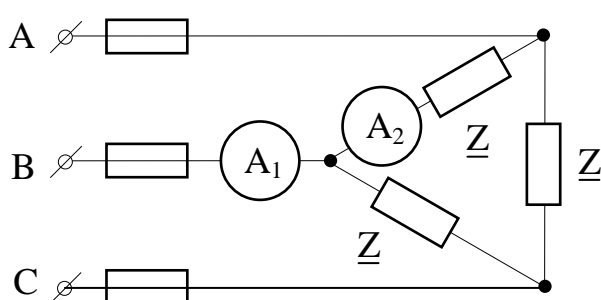


Рис. 9.21. Схема к примеру П.9.8

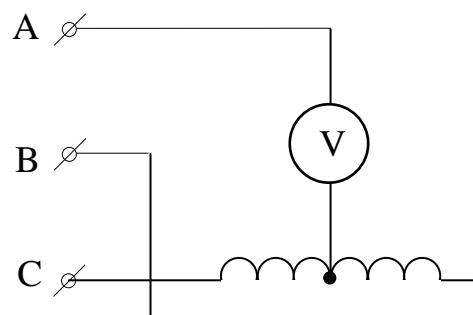


Рис. 9.22. Схема к примеру П.9.9

**П.9.10.** Задано линейное напряжение  $U$  симметричной трехфазной цепи. Каким станет напряжение на фазе В ( $U_B$ ), если сопротивление фазы С замкнуть накоротко (рис. 9.23)?

Ответ:  $U_B = U$ .

**П.9.11.** Что покажет вольтметр, включенный в цепь симметричного трехфазного приемника на рис. 9.24, если линейное напряжение питающей сети равно  $U$ , а линейный провод В оборван?

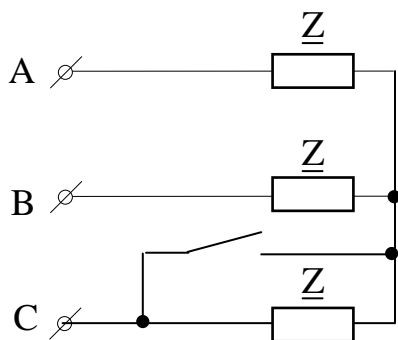


Рис. 9.23. Схема к примеру П.9.10

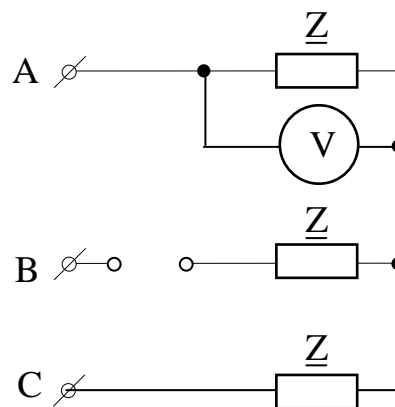


Рис. 9.24. Схема к примеру П.9.11

Ответ:  $\frac{U_{\text{л}}}{2}$ .

**П.9.12.** Как изменятся линейные токи симметричной трехфазной системы, питающей симметричную нагрузку, соединенную звездой без нейтрали, если фазу А закоротить? (Линейный ток при симметричной нагрузке равен  $I$ ).

Ответ:  $I_A = 3I$ ,  $I_B = I_C = \sqrt{3}I$ .

**П.9.13.** Трехфазный приемник (рис. 9.25) с сопротивлениями  $r = x_L = x_C = 22$  Ом подключен к трехфазной сети с симметричной системой линейных напряжений  $U_{\text{л}} = 220$  В. Определить показания амперметров.

Ответ:  $I_1 = 5,18$  А,  $I_2 = 10$  А,  $I_3 = 5,18$  А.

**П.9.14.** К трехфазной сети с симметричной системой линейных напряжений  $U_{\text{л}} = 200$  В подключена нагрузка  $r = x_L = 10$  Ом (рис. 9.26).

Определить показания амперметров.

Ответ:  $I_1 = 20$  А,  $I_2 = 20$  А,  $I_3 = 38,6$  А.

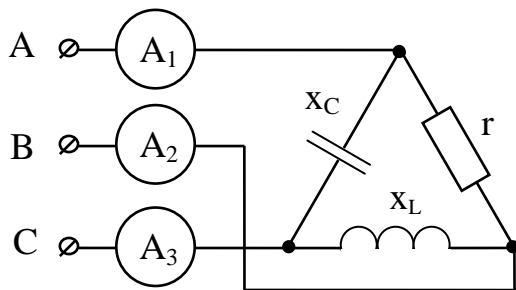


Рис. 9.25. Схема к примеру П.9.13

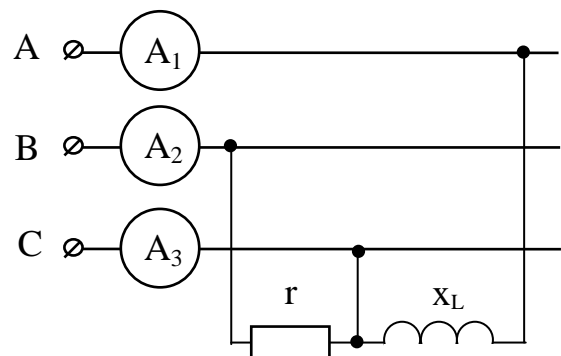
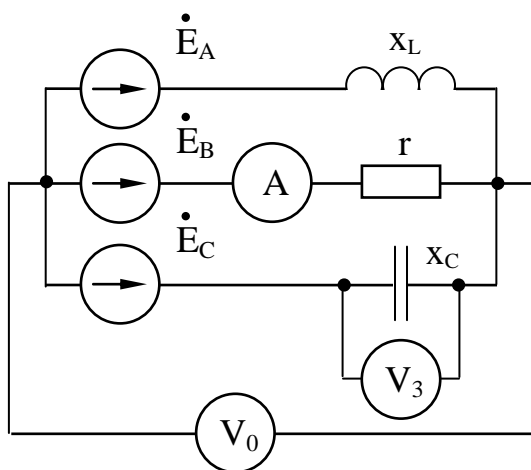


Рис. 9.26. Схема к примеру П.9.14

**П.9.15.** К трехфазному генератору с симметричной ЭДС  $E_{\text{ф}} = 100$  В подключен приемник  $x_L = r = x_C = 2$  Ом (рис. 9.27). Определить показания приборов.



**Рис. 9.27.** Схема к примеру П.9.15

Ответ:  $I = 86,5 \text{ A}$ ,  $U_0 = 273 \text{ В}$ ,  $U_3 = 334 \text{ В}$ .